

Μέλη ομάδας:

- 1) Παπαγεωργίου Ελένη
- 2) Παρασιάδης Δήμος
- 3) Πιπιλιός Παναγιώτης
- 4) Χατζηθωμά Βασιλική



## Η Γεωμετρία στους πρώιμους Πολιτισμούς και στην Αρχαία Ελλάδα

Δημιουργική Εργασία

ΝΙΓΡΙΤΑ 2017-2018

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

## Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Οι ρίζες της Γεωμετρίας εντοπίζονται σε κάποιες αναπτυγμένες κοινωνίες της Ανατολής από την 5<sup>η</sup> έως και την 2<sup>η</sup> χιλιετία π.Χ.

Οι αρχαίοι Βαβυλώνιοι, Αιγύπτιοι, Ινδοί και Κινέζοι είναι από τους πρώτους που ανέπτυξαν τη Γεωμετρία. Δεν είναι τυχαίο ότι οι λαοί αυτοί ζούσαν κοντά σε μεγάλα ποτάμια. Ο Τίγρης και ο Ευφράτης, ο Νείλος, ο Ινδός και ο Γάγγης με τις συχνές τους πλημμύρες μετέβαλλαν το γύρω χώρο σ' ένα απέραντο λασπότοπο. Οι κάτοικοι επομένως αντιμετώπιζαν επιτακτική την ανάγκη να μετρούν τη γη, να επανακαθορίζουν τα όρια των αγρών και να επινοούν τρόπους κατασκευής αρδευτικών έργων, ώστε να ελέγχονται οι πλημμύρες και έτσι αντί για λασπότοπους να έχουν πλούσιους σιτοβολώνες και ορυζώνες. Αποτέλεσμα των αδιάκοπων αυτών προσπαθειών ήταν η δημιουργία και ανάπτυξη της Γεωμετρίας.

Για τους ανατολικούς λοιπόν λαούς η γεωμετρία ήταν ανάγκη και πρακτική εφαρμογή για την χωροθέτηση και την μηχανική της κατασκευής έργων υποδομής (γέφυρες, δρόμους, κ.α.) ή οικοδομικές κατασκευές.

Για τους αρχαίους Έλληνες όμως η γεωμετρία αποκτά την θεωρητική της διάσταση με κύριους εκπροσώπους τον Θαλή τον Μιλήσιο, με την ανάδειξη και ανάπτυξη της αποδεικτικής μεθόδου, και τον Ευκλείδη που μέσα από τους 13 τόμους του έργου του «Στοιχεία» ήταν ο πρώτος που τοποθέτησε τη γεωμετρία σε αξιωματική βάση, δικαιολογημένος λοιπόν και ο όρος «Ευκλείδεια γεωμετρία». Ανάμεσά τους βέβαια δεν πρέπει να παραβλέψουμε ότι υπήρξαν οι Πυθαγόρειοι που τελειοποίησαν την αποδεικτική μέθοδο.

Από την αρχαιότητα έως και σήμερα όμως η Γεωμετρία έχει αλλάξει προσανατολισμό, περνώντας από το πρακτικό μέρος σε θεωρητική βάση και προσαρμογή στις νέες ανάγκες όπως η θεωρητική Γεωμετρία ή την Γεωμετρία των τελεστών χωρίς βέβαια να ξεχνάμε την πρακτική της εφαρμογή για κάθε είδους κατασκευή από ένα μικρό δωμάτιο έως τεράστιες κατασκευές όπως η γέφυρα Ρίο – Αντίρριο. Για φανταστείτε λοιπόν να μην ξέραμε την Γεωμετρία ή να μην είχε φτάσει στο σημείο ανάπτυξης που είναι σήμερα;

# ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΣΤΗΝ ΑΙΓΥΠΤΟ

## ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΑΙΓΥΠΤΟ

*Η γενική τάση των κατοίκων της Αιγύπτου στις επιστήμες χαρακτηριζόταν από την προσπάθεια πρακτικής εκμετάλλευσης κάθε γνώσης. Ασχολούνταν με τα μαθηματικά κι απ' αυτούς γνωρίζουμε το δεκαδικό σύστημα. Οι αστρολόγοι - ιερείς και αστρονόμοι - εξέταζαν τα φαινόμενα του ουρανού. Με βάση τα αστέρια καθόριζαν το εορτολόγιό τους. Οι Αιγύπτιοι ανακάλυψαν το ωροσκόπιο, όπως συμπεραίνεται από παράσταση στον τάφο του Ραμσή του ΣΤ'. Τις κλεψύδρες τις έμαθαν οι Αιγύπτιοι από τους Έλληνες στα χρόνια της μακεδονικής δυναστείας.*

### Πως ξεκίνησε η γεωμετρία:

Η γεωμετρία ήταν ανάμεσα στους πρώτους ιστορικά κλάδους των μαθηματικών, λόγω των άμεσων πρακτικών της εφαρμογών. Την ανέπτυξαν εμπειρικά οι Βαβυλώνιοι και οι Αιγύπτιοι. Η γεωμετρία αναπτύχθηκε πολύ στην αρχαία Αίγυπτο, πράγμα που αποδεικνύεται από την αρχιτεκτονική των περίφημων πυραμίδων.

### Αλεξανδρινοί Γεωμέτρες

Οι αλεξανδρινοί γεωμέτρες επεξεργάστηκαν τις αρχές που έθεσαν οι προγενέστεροι Έλληνες μαθηματικοί με νέα στοιχεία, τα οποία άντλησαν από τις βαβυλωνιακές και αιγυπτιακές πηγές γνώσης. Λέγεται πως ο Δημήτριος ο Φαληρεύς προσκάλεσε τον Ευκλείδη να διδάξει στην Αλεξάνδρεια, το έργο του οποίου «Στοιχεία» υπήρξε η βάση της γεωμετρίας επί σειρά αιώνων. Οι διάδοχοί του, ιδιαίτερα ο Απολλώνιος του 2ου π.Χ. αιώνα και ο Ίππαρχος του 2ου μ.Χ. αιώνα, συνέχισαν την έρευνά του στα κωνικά σχήματα. Ο Αρχιμήδης, ένας από τους πρώτους σχολαστικούς που συνδέονταν με την Αλεξάνδρεια εφάρμοσε τις αστρονομικές και γεωμετρικές θεωρίες στην κίνηση μηχανικών συσκευών

### **.... ΚΑΙ ΚΑΤΙ ΑΚΟΜΗ**

Περίφημα και θαυμαστά δείγματα της αρχαίας αιγυπτιακής αρχιτεκτονικής είναι αναμφισβήτητα οι πυραμίδες, η κατασκευή των οποίων στηρίχθηκε στις γεωμετρικές γνώσεις των Αιγυπτίων. Κτίσματα με ορθογώνια θέση και τριγωνικές πλευρές που καταλήγουν σε μυτερή κορυφή. Οι πυραμίδες ήταν μεγαλόπρεποι τάφοι των βασιλιάδων

## ΗΡΩΝΑΣ

Ο Ήρων ο Αλεξανδρεύς ήταν μηχανικός και γεωμέτρης. Έζησε στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου περίπου τον πρώτο αιώνα π.Χ ή τον πρώτο μ.Χ αιώνα. Η πιο διάσημη εφεύρεση του είναι η αιολόσφαιρα ή ατμοστρόβιλος.

## Η ΠΑΝΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Η **γεωμετρία** υπό την πρακτική και εμπειρική της μορφήν δεν ήταν βεβαίως άγνωστος στους αρχαίους ανατολικούς λαούς. Ο **Ηρόδοτος** παραδίδει ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι χάρις στις γεωμετρικές τους γνώσεις μπορούσαν να αποκαθιστούν τα όρια των κτημάτων τους μετά τις ετήσιες πλημμύρες του Νείλου. Όμως οι σχετικές γνώσεις τους ήταν ασυστηματοποιήτες και δεν ξεπερνούσαν τα όρια της απλής εμπειρίας. Γνώριζαν το «**πώς**», αλλά δεν κατόρθωσαν ποτέ να φθάσουν στο «**Γιατί**». Αυτήν την δόξα επέπρωτο να δρέψει η ιδιοφυΐα των αρχαίων Ελλήνων.

### Θαλής ο Μιλήσιος (640-546 π.Χ.) :

Είναι εκείνος πού εισήγαγε ή μάλλον ανακάλυψε την απόδειξη των γεωμετρικών και μαθηματικών προτάσεων. Η εύρεσης της αποδεικτικής μεθόδου ήταν μία από τις μεγάλες στιγμές της Ανθρωπότητας και εν τούτοις πολλοί λίγοι έχουν συνειδητοποιήσει την καταλυτική σημασία της καινοτομίας εκείνης στην εξέλιξη του ανθρωπίνου πνεύματος και στην ιστορία του πολιτισμού γενικότερων.

Ο άνθρωπος αποτινάζει σιγά-σιγά τα δεσμά της αυθεντίας και γίνεται αυτεξούσιος, αφού μπορεί μόνος του πλέον να γνωρίζει, να αποδεικνύει, να βεβαιώνεται. Έτσι λοιπόν ο **Θαλής** δεν θεωρείται απλώς ως ο ευρετής της θεωρητικής γεωμετρίας, αλλά και ο εισηγητής της παγκοσμίου επιστήμης.

Ιστορικό είναι το επίτευγμα, πού διέσωσαν ο **Πλούταρχος**, κατά το οποίον ο **Θαλής** κατέπληξε τον Φαραώ Άμασιν, όταν υπολόγισε το ύψος της μεγάλης πυραμίδος εκ τού μήκους της σκιάς, με την μέθοδο των αναλογιών. Θα έπρεπε ο ανδριάς τού μεγάλου αυτού Μιλησίου να κοσμή όλα τα Ανώτατα Εκπαιδευτικά Ιδρύματα, ως ελάχιστος φόρος τιμής στον πρώτον πραγματικό επιστήμονα της ανθρωπότητας, πού μάλιστα θεώρει εαυτόν ευτυχή πού εγεννήθη Έλλην.

### Πυθαγόρας (572-500 π.Χ.)

Ο μέγας αυτός φιλόσοφος, μαθηματικός και μύστης, έδωσε νέα ώθηση στην γεωμετρία, μισόν αιώνα αργότερα. Μάλιστα τα μισά περίπου από τα δέκα τρία βιβλία των «**Στοιχείων**» τού Ευκλείδου, στηρίζονται σε εργασίες τού Πυθαγόρα και της Σχολής του.

Ο **Πυθαγόρας** έβλεπε την γεωμετρία μέσα από την πνευματική της διάσταση, ο δε όρκος των νεοφύτων τού «**Ομακοείου**», δηλ. της μνητικής

Σχολής του, ήταν «**Η Γεωμετρία να χρησιμεύει για την πνευματική καλλιέργεια και όχι προς πλουτισμό**». Ονομαστόν έγινε το **Πυθαγόρειον Θεώρημα**, τού οποίου την απόδειξη εύρεν ο φιλόσοφος και καταληφθείς υπό ενθουσιασμού εθυσίασε, κατά την παράδοσιν εκατόμβην. Το θεώρημα αυτό εξακολουθεί ακόμη και σήμερα να ασκεί ακαταμάχητο γοητεία και μέχρι τώρα έχουν καταγραφή 370 διαφορετικές αποδείξεις.

Οι **αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί** θεωρούν τα τιθέμενα προβλήματα ως πνευματικά παίγνια και ως καλοί αθληταί ησθάνοντο την υποχρέωση να τιμήσουν τούς Θεούς μετά την νίκη των. Έτσι και ο Θαλής, όταν απέδειξε την σημαντική πρόταση ότι επί ημιπεριφερείας κύκλου βαίνει ορθή γωνία, ευγνώμων προς τούς Θεούς εθυσίασε βούν. Είναι δύσκολο σήμερα να συλλάβωμε ποία σημασία είχε για τούς αρχαίους προγόνους μας η λύσις κάποιου προβλήματος ή η ανεύρεσις της αιτίας ενός φαινομένου.

Ο **Δημόκριτος** έλεγε ότι προτιμά να ανεύρη την αιτίαν ενός φαινομένου παρά να τού χαρίσουν τον θρόνον τού Μεγάλου Βασιλέως της Περσίας. Να μη ξεχνούμε επίσης τον ένθεον ζήλον τού **Αρχιμήδους**, όταν ανήγγειλε την ανακάλυψη τού νόμου της ανώσεως, με το περίφημον έκτοτε κατασταν «**Εύρηκα**»!.

Αμέσως μετά την πρώτη συγκρότηση και συστηματοποίηση της γεωμετρίας, τρία μεγάλα προβλήματα άρχισαν να απασχολούν την ελληνική φιλοσοφική διανόηση:

- α) *Ο τετραγωνισμός τού κύκλου*
- β) *Το Δήλιον Πρόβλημα (ο διπλασιασμός τού κύβου)*
- γ) *Η τριχοτόμησις της γωνίας.*

Τα μόνα επιτρεπόμενα μέσα ήσαν ο (αβαθμολόγητος) κανών και ο διαβήτη. Τα υπόλοιπα έπρεπε να αναλάβει η ανθρώπινη διάνοια. Ήταν και αυτό ένα δείγμα τού υψηλού ήθους των αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών, με την πρωτοκαθεδρία πού έδιδαν στον καθαρό λογισμό.

Τα προβλήματα αυτά έμειναν άλυτα, όμως η προβληματική περί την αναζητήσιν των λύσεων ωδήγησεν εμμέσως στην μεγάλη ανάπτυξη της γεωμετρίας στην κλασσική και μετέπειτα. Σήμερα βέβαια, με το μοιρογνωμόνιο, τις τριγωνομετρικές μεθόδους, τούς πίνακες, τούς υπολογιστάς κτλ, τα προβλήματα αυτά είναι πλέον άνευ αντικειμένου. Όμως η θεωρητική τους αξία παραμένει απαραμείωτος. Οι αρχαίοι είχαν σε υψηλή περιωπή την γεωμετρία. Την εθεώρουν σάν απαραίτητο εργαλείο για την φιλοσοφική και γενικώτερα την επιστημονική σκέψη. Στο υπέρθυρον της Πλατωνικής Ακαδημίας, η επιγραφή «**Μηδείς αγεωμέτρητος**

**εισῖτω**» απεθάρρυνε τούς αμοίρους της γεωμετρικής τέχνης να γευθούν τα υψηλά νάματα της φιλοσοφίας.

Μάλιστα ο **Πλάτων** (427-347 π.χ.)

Θεώνει τα μαθηματικά δῶρο των Θεών προς τούς ανθρώπους. Εις αυτόν αποδίδεται η περίφημος φράσις: «**Αεί ο Θεός γεωμετρεί**», της οποίας οι τρεις πρώτες λέξεις, κατά τρόπον παράδοξον, δίνουν την κατά προσέγγισιν τιμήν τού αριθμού  $\pi = 3,14$ . Το «**παράδοξον**» δε ἔγκειται εις το ὅτι οι αρχαίοι Ἕλληνες υποτίθεται ὅτι αγνοούσαν την χρήση των δεκαδικῶν αριθμῶν, καθὼς δεν εἶχαν συλλάβει την ἔννοια τού μηδενός. Εἶναι ὁμως ἔτσι ἢ μήπως ἔχομε πολλά ἀκόμη να μάθουμε ἀπό την σοφία των αρχαίων προγόνων μας;

Ας σημειωθεῖ ἀκόμη ὅτι ο **Πλάτων**, μέγας μαθηματικός ο ἴδιος, ἦταν ἐκεῖνος πού καθιέρωσε την χρήση τού κανόνος και τού διαβήτου, πού ἀπετέλεσε στοιχείον ἐγκυρότητος για τις προτεινόμενες λύσεις των γεωμετρικῶν προβλημάτων και ἀναγκαίαν συνθήκην διὰ το πνευματικῶς «**εὐ αγωνίζεσθαι**».

Στους Ἀλεξανδρινούς Χρόνους ,  
ο **Ευκλείδης** (330-270 π.Χ.)

με τα «**Στοιχεῖα**» του ευσυστηματοποίησε και ἐκωδικοποίησε ὅλες τις προγενέστερες γνώσεις και παρέδωσε στην ἀνθρωπότητα ἴσως το πλέον πολυδιαβασμένο και πολυμεταφρασμένο ἐπιστημονικό βιβλίο. Τα «**Στοιχεῖα**» δεν εἶναι μόνον ἓνα ἐγχειρίδιον γεωμετρίας, ὅπως θὰ ἐνόμιζε κανεῖς. Περιέχουν ἐπίσης τις βάσεις της θεωρίας των αριθμῶν, στην θεμελίωση της οποίας ο μέγας ἐκεῖνος «**Στοιχειωτής**» συνέβαλεν ὅσον ολίγοι. Γνωστός και ἐν χρήσει ἀκόμη σήμερα εἶναι ο «**Ἀλγόριθμος τού Ευκλείδου**», για την εὕρεση τού μεγίστου κοινού διαιρέτου (ΜΚΔ), ἢ «**Ευκλείδειος Διαιρέσις**» κτλ.

Σήμερα ο **Ευκλείδης** με την γεωμετρία του εξακολουθεῖ να παραμένει ἐπὶκαιρος, παρά την ραγδαία μεταβολή των ἀντιλήψεων περί τού χώρου και τού σύμπαντος κόσμου. Ἀκόμη και οι νέες, «**μη ευκλείδειες γεωμετρίες**» τού **Riemann** και τού **Lobatsevski** δεν ἐστάθησαν ικανές να ἀμφισβητήσουν την διαχρονική ἀξία των «**Στοιχείων**», πολλῶ δε μάλλον να τα υποκαταστήσουν.

Ἀκολούθησε μία πλειάς λαμπρῶν μαθηματικῶν, πού διηύρυναν τον ὀρίζοντα της γεωμετρίας, ὅπως οι: **Ἵππαρχος, Μέναιχος, Μενέλαος, Πτολεμαῖος, Ἡρων, Ἀπολλώνιος ο Περγαῖος** και πολλοί ἄλλοι. Ἰδιαιτέρη μνεῖα πρέπει να γίνει στον Ἀρχιμήδη (284-212 π.Χ.), πού κατά πολλούς υπῆρξε ο μεγαλύτερος μαθηματικός ὄλων των ἐθνῶν και ὄλων των ἐποχῶν. Ἀκόμη ο Ἀλεξανδρινός Θεῶν, τού ὁποῖου κόρη ἦταν ἡ περίφημος διὰ την

καλλονήν της νεοπλατωνική φιλόσοφος **Υπατία**, εξ ίσου μεγάλη μαθηματικός και αυτή, αποκληθείσα μάλιστα «**Γεωμετρική**».

Η **Υπατία** (370-415 μ.Χ.) υπήρξε αθώο θύμα του Χριστιανικού φανατισμού, ενώ με τον Θέωνα και την ίδια ετερματίσθη ουσιαστικά η συνεισφορά των Ελλήνων στην παγκόσμια μαθηματική επιστήμη.

Η γεωμετρία αποτελεί το τελειότερον όργανον λογικής, στην ουσία είναι η λογική εφαρμοσμένη. Προάγει την σκέψη και την φαντασία, αν δε εγκύψη κανείς στο βαθύτερο περιεχόμενό της, θά συλλάβει το νόημα της αρμονίας και της εν τώ κόσμω τάξεως. Η σκέψη γίνεται εδραία, στερεά και αποφεύγονται οι άνευ έρματος νοητικές ακροβασίες. Μέσα από την γεωμετρία και τα μαθηματικά καθίσταται ευκολότερα η προσπέλαση των υψηλών φιλοσοφικών εννοιών.

Πριν από λίγα χρόνια, σ' ένα συνέδριο διδακτικής, ο Σοβιετικός ακαδημαϊκός Α.Δ. Αλεξανδρόφ είπε ότι εκτός από τούς μηχανικούς και τούς αρχιτέκτονες, τούς πολεοδόμους κ.α., πρέπει να διδάσκονται την Γεωμετρία σε πανεπιστημιακό επίπεδο και οι ιατροί και οι δικαστικοί. Ημείς οι σύγχρονοι Έλληνες, ως φορείς της μεγάλης εκείνης κληρονομίας, επιβάλλεται να επανασυνδεθούμε με την λαμπρή παράδοση των αρχαίων γεωμετρών και να φανούμε αντάξιό τους. Είναι η ιστορική μας οφειλή. Η καλλιέργεια της Γεωμετρίας είναι δική μας υπόθεση.

Δυστυχώς όμως η γεωμετρική παιδεία στην χώρα όπου εγεννήθη, ευρίσκεται τα τελευταία χρόνια σε πλήρη υποβάθμιση και νοσεί επικίνδυνα. Η Γεωμετρία διδάσκεται ξηρά, αποσπασματικά και το χειρότερο, αποκομμένη από τις ιστορικές της καταβολές και την ευρύτερη πνευματική της διάσταση. Όπως δε παρατηρεί η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία σε πρόσφατο (Οκτώβριος 1995) διάβημά της προς το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο,

**«Ο περιορισμός της διδακτέας ύλης (άρα και της αντίστοιχης θεωρίας) της Γεωμετρίας, όχι μόνο οδηγεί στην υποβάθμιση τού ρόλου της, όταν είναι γνωστό ότι στην διεθνή μαθηματική κοινότητα συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο, αλλά είναι βέβαιο ότι θά έχει σοβαρότατες συνέπειες στην όλη εκπαιδευτική πράξη, αφού είναι γνωστό ότι η Γεωμετρία είναι το κατ' εξοχήν μάθημα, πού βοηθάει το μαθητή να αναπτύξει την ικανότητα κριτικής σκέψεως. >>**

## **ΔΙΚΤΥΟΓΡΑΦΙΑ**

- <https://goo.gl/GGfrB2>

- <https://goo.gl/rUoY5g>

- <https://goo.gl/ynkFyE>